

М. А. Посицельская  
С. Е. Посицельский

В1

**В2**

В3

В4

В5

В6

В7

В8

В9

В10

В11

В12

# ЕГЭ 2010

## Математика

### Задача В2

Рабочая тетрадь

учени \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ класса \_\_\_\_\_

школы \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Под редакцией  
А. Л. Семенова и И. В. Яценко

Разработано МИОО

М. А. Посицельская, С. Е. Посицельский

ЕГЭ 2010. Математика  
Задача В2  
Рабочая тетрадь

Под редакцией А. Л. Семенова и И. В. Яценко

Москва  
Издательство МЦНМО  
2010

УДК 373:51  
ББК 22.1я72  
П61

**Посицельская М. А., Посицельский С. Е.**  
П61 ЕГЭ 2010. Математика. Задача В2. Рабочая тетрадь /  
Под ред. А. Л. Семенова и И. В. Яценко. — М.: МЦНМО,  
2010. — 48 с.

ISBN 978-5-94057-562-7

Рабочая тетрадь по математике серии «ЕГЭ 2010. Математика» ориентирована на подготовку учащихся старшей школы для успешной сдачи Единого государственного экзамена по математике в 2010 году. В рабочей тетради представлены задачи по одной позиции контрольных измерительных материалов ЕГЭ-2010.

На различных этапах обучения пособие поможет обеспечить уровень подготовки к организации повторения, осуществить контроль и самоконтроль знаний по основным темам, связанным с построением и анализом графиков и диаграмм. Рабочая тетрадь ориентирована на один учебный год, однако при необходимости позволит в кратчайшие сроки восполнить пробелы в знаниях выпускника.

Тетрадь предназначена для учащихся старшей школы, учителей математики, родителей.

ББК 22.1я72

ISBN 978-5-94057-562-7

© Посицельская М. А., Посицельский С. Е., 2010.  
© МЦНМО, 2010.

## От редакторов серии

Прежде чем вы начнете работать с нашими тетрадями, мы хотим дать вам некоторые пояснения и советы.

Экзамен по математике в 2010 году состоит из двух частей: в первой части — 12 простых задач, в которых требуется краткий ответ (В1—В12); во второй части — 6 сложных задач, требующих развернутого решения (С1—С6).

Наши рабочие тетради организованы в соответствии с заданиями первой части и позволяют вам подготовиться к выполнению всех заданий этой части, выявить и устранить пробелы в своих знаниях.

Тем из вас, для кого главное — это набрать минимальный аттестационный балл, мы рекомендуем ориентироваться на устойчивое, безошибочное решение 8 заданий из этой первой части. (Хотя в реальности минимальное число заданий, которое нужно решить верно, может составить 5, но ведь вам нужно застраховаться от случайной ошибки!) Эти 8 (или больше) заданий нужно выбрать исходя из того, что вы хорошо понимаете их условия, вам знаком материал и в школе вы хорошо справлялись с аналогичными заданиями (не обязательно в курсе математики 11 класса, а на протяжении всего обучения). При этом следует в первую очередь уделять внимание тем заданиям, которые у вас уже получаются, добиваясь максимально надежного их выполнения, не ограничивая себя временем.

Те из вас, кто ориентируется на поступление в вуз, конечно, понимают, что им желательно с высокой надежностью решать все задачи части В — ведь на решение такой задачи и вписывание ответа в лист на экзамене уйдет времени меньше, чем на задачу части С, жалко будет, если вы ошибетесь и потеряете нужный балл. Вам следует добиваться уверенного выполнения всех заданий первой части, большее внимание уделяя тем задачам, которые вызывают наибольшие затруднения. Устранение пробелов в ваших знаниях поможет вам и в работе с заданиями части С. Определив время, за которое вы можете уверенно без ошибок выполнить все задания первой части, следует планировать оставшееся время на экзамене на задания второй части.

Работу с тетрадью следует начать с выполнения вводной работы, после чего приступать к решению диагностической работы.

Затем рекомендуется прочитать решения задач, сравнить свои решения с приведенными в книге. По тем задачам, которые вызвали затруднения, следует после повторения материала по учебнику или с учителем выполнить тематические тренинги.

Для завершающего контроля готовности к выполнению заданий соответствующей позиции ЕГЭ служит итоговая диагностическая работа, приведенная в конце тетради.

Работа с серией рабочих тетрадей «ЕГЭ 2010. Математика» позволит выявить и в кратчайшие сроки ликвидировать пробелы в знаниях, но не может заменить систематического повторения (изучения) курса математики!

Желаем успеха!



## Введение

В современном обществе трудно переоценить значение работы с информацией, в частности — с количественной информацией о процессах и изменениях, происходящих с течением времени. Наиболее наглядно и емко такая информация может быть представлена в виде диаграмм и графиков, показывающих динамику тех или иных числовых характеристик происходящего.

Динамические числовые характеристики, представленные в виде графиков или диаграмм, используются для описания экономической ситуации (цены, котировки акций, курсы валют, объемы производства и продаж), социальных явлений (миграция, рождаемость, численность населения, его возрастной и профессиональный состав), погоды (температура, атмосферное давление, количество осадков), работы физических приборов, двигателей и механизмов (сила тока, давление в паровой турбине, обороты двигателя, крутящий момент), движения транспортных средств (перемещение, скорость, ускорение) и во многих других случаях.

Для представления естественнонаучной и технической информации эффективно применяются графики функциональных зависимостей (зависимость плотности воды от ее температуры, зависимость атмосферного давления от высоты над уровнем моря, зависимость скорости течения данной реки от расстояния до ее устья, зависимость температуры грунта от глубины, зависимость расхода топлива на километр пути от скорости автомобиля и тому подобное).

Задача В2 Единого государственного экзамена проверяет следующую компетентность выпускника средней школы: умение интерпретировать графики и диаграммы, делать простейшие выводы на основании графика функциональной зависимости, соотносить текстовое описание реального процесса с графиком динамической числовой характеристики этого процесса и извлекать из такого графика простейшую качественную и количественную информацию о соответствующем процессе.

Говоря математическим языком, в задаче контролируется умение учащегося определять по графику значение функции в данной точке, максимальное и минимальное значения функции на промежутке, момент начала убывания или возрастания функции и тому подобное. Задаются вопросы типа: «До какой наименьшей температуры воздух охладился в ночь с 12 на 13 июля?», «Во сколько раз выросло население за период с 1950 по 2000 год?», «Когда цена на нефть впервые достигла психологически важной отметки 100 долларов за баррель?». В задаче требуется понять текстовое описание реального процесса и извлечь из графика его числовые характеристики (например, выяснить, при какой именно температуре воздуха включается кондиционер или сколько раз открывался клапан парового котла).

Составители стараются избегать неясных формулировок и «тонких» мест: например, если спрашивается про минимальную ночную температуру, на графике будет видно, что холоднее всего было именно ночью, и не возникнут трудности с тем, когда в точности кончается ночь и начинается день. Проверяется не умение работать с

тонкостями формального определения, а именно реальное понимание, способность применять знания в практической жизненной ситуации, где таких тонкостей нет.

В задаче В2 используются данные, полученные в результате реальных измерений, статистические и иные данные, опубликованные на официальных сайтах российских городов, Росгидромета, Госкомстата, товарных, сырьевых, валютных бирж и других организаций, а также графики, выражающие естественнонаучные и технические закономерности. Графики приводятся в том виде, в каком они обычно публикуются в современных официальных изданиях, в Интернете, в газетах.

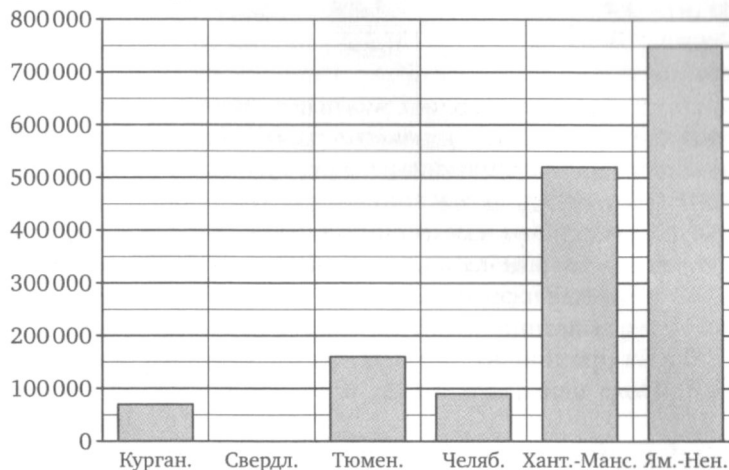
В настоящем издании разбираются несколько типов задач, которые могут встретиться выпускнику в позиции В2.

## Вводная работа

В таблице приведены данные о регионах Российской Федерации, относящихся к Уральскому федеральному округу<sup>1</sup>.

Название региона	Площадь, кв. км	Население, чел.	Центр
Курганская область	70 000	1 000 000	Курган
Свердловская область	200 000	4 500 000	Екатеринбург
Тюменская область	160 000	1 300 000	Тюмень
Челябинская область	90 000	3 600 000	Челябинск
Ханты-Мансийский автономный округ	520 000	1 400 000	Ханты-Мансийск
Ямало-Ненецкий автономный округ	750 000	500 000	Салехард

По этой таблице не очень легко определить, в каком регионе проживает наибольшее количество людей или какой регион имеет наименьшую площадь. Для наглядного представления числовых данных можно воспользоваться столбчатыми диаграммами. Изобразим на диаграмме площадь регионов Уральского округа.



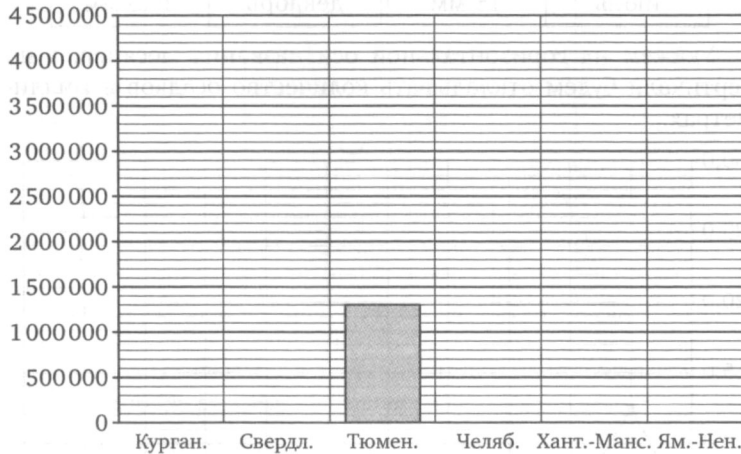
<sup>1</sup> Данные о площади и населении Тюменской области приведены за вычетом входящих в нее Ямало-Ненецкого и Ханты-Мансийского автономных округов.

### Вводная работа

**Задание.** На этой диаграмме не хватает столбика, соответствующего Свердловской области. Она занимает 200 тысяч кв. км, поэтому столбик должен заканчиваться на уровне горизонтальной линии, пересекающей вертикальную ось в точке 200 000. Нарисуйте этот столбик на диаграмме.

1. Пользуясь диаграммой, определите площадь самого обширного региона Уральского федерального округа.

Изобразим на диаграмме количество жителей регионов Уральского округа.



**Задание.** Найдите в таблице нужные данные и завершите построение диаграммы. (Тонкие горизонтальные линии проведены с интервалом 100 000 человек, жирные — с интервалом 500 000 человек.)

2. Пользуясь диаграммой, определите наибольшую численность населения региона в Уральском федеральном округе.

3. Найдите на диаграмме регионы с наибольшим и наименьшим населением. Определите, во сколько раз наибольшее население региона отличается от наименьшего населения региона Уральского федерального округа.

4. Пользуясь обеими диаграммами, найдите население самого обширного региона Уральского федерального округа.

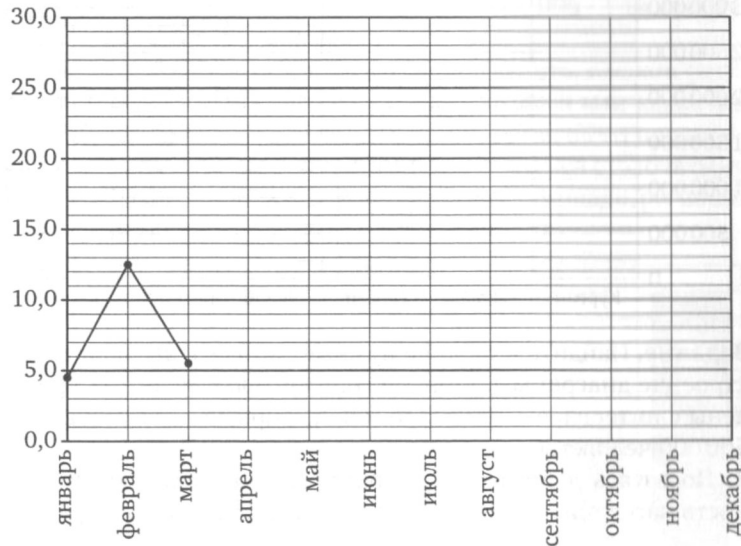


## Вводная работа

В таблице приведены данные об осадках, выпадавших в городе Аральске (Казахстан) в 2000 году.

январь	4,5 мм	июль	14,5 мм
февраль	12,5 мм	август	0,5 мм
март	5,5 мм	сентябрь	2,5 мм
апрель	0 мм	октябрь	23 мм
май	25,5 мм	ноябрь	15 мм
июнь	15 мм	декабрь	20,5 мм

Укажем на горизонтальной оси названия месяцев, а по вертикали будем откладывать количество осадков в миллиметрах.



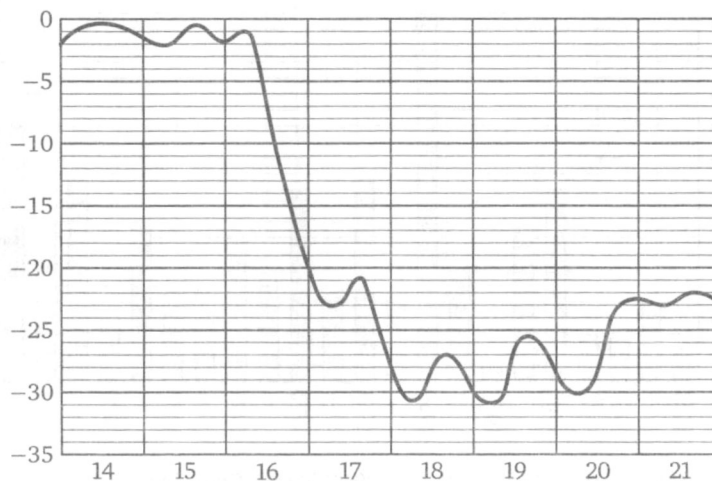
Каждому месяцу соответствует жирная точка, расположенная над названием этого месяца на высоте, показывающей количество осадков, выпавших в этом месяце.

Например, в апреле 2000 года не выпадало осадков (случай довольно редкий — целый месяц не было дождя!).

**Задание.** Нанесите на рисунок точку, соответствующую апрелю 2000 года. Поставьте все остальные точки, соедините их ломаной и таким образом завершите построение рисунка.

## Диагностическая работа

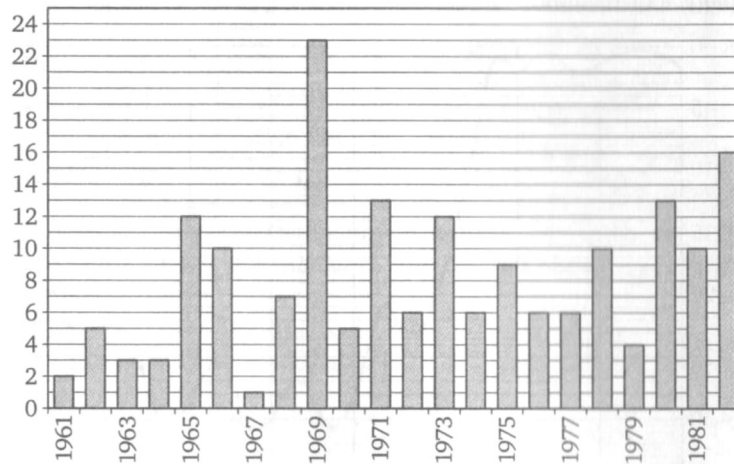
На рисунке примерно показано изменение температуры воздуха в Москве с 14 по 21 января 2006 года. По горизонтали указываются числа января, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



1. Определите по рисунку, какой была наименьшая температура 14 января (в градусах Цельсия).
2. Определите по рисунку, какой была наибольшая температура 21 января (в градусах Цельсия).
3. Определите по рисунку, какого числа произошло резкое похолодание, при котором температура воздуха упала более чем на 15 градусов.
4. Пользуясь рисунком, найдите разность между наибольшей и наименьшей температурой за те сутки, когда произошло резкое похолодание.
5. Определите по рисунку, какого числа температура впервые опустилась ниже  $-30^{\circ}\text{C}$ .

### Диагностическая работа

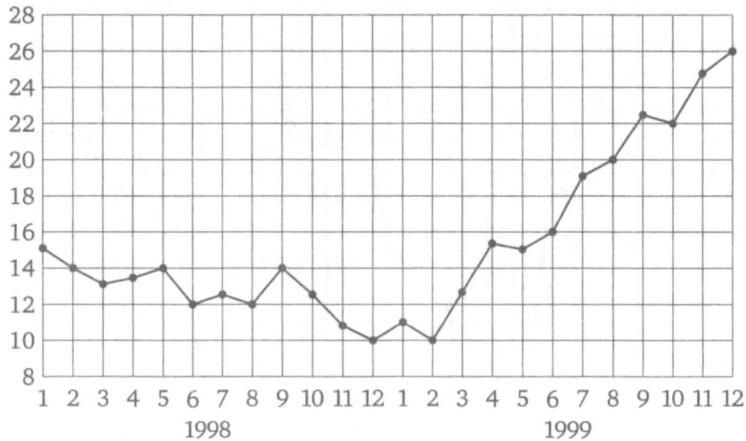
На диаграмме показано количество людей, побывавших в космосе в течение каждого года с 1961 по 1982 год. По горизонтали указываются годы, по вертикали — количество людей, побывавших в космосе в данном году.



6. Определите по диаграмме, сколько человек побывало в космосе в 1962 году.
7. Определите по диаграмме, в каком году в космосе побывало наибольшее число людей.
8. Определите по диаграмме, сколько было таких лет, когда в космосе побывало ровно 6 человек.
9. Определите по диаграмме, сколько было таких лет, когда в космосе побывало более 8 человек.
10. Определите по диаграмме, сколько было таких лет, когда в космосе побывало меньше 10 человек.

## Диагностическая работа

На рисунке жирными точками показана среднемесячная цена нефти во все месяцы 1998 и 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



11. Определите по рисунку, какой была среднемесячная цена нефти в мае 1998 года (в долларах за баррель).
12. Определите по рисунку, сколько раз за указанный период среднемесячная цена нефти равнялась в точности 14 долларам за баррель.
13. Определите по рисунку, во сколько раз среднемесячная цена нефти в августе 1999 года превосходила среднемесячную цену нефти в декабре 1998 года.
14. Определите по рисунку, сколько раз среднемесячная цена нефти принимала наименьшее значение.
15. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей среднемесячной ценой нефти в указанный период (в долларах за баррель).



### Диагностическая работа

На рисунке примерно показано изменение числа жителей города Санкт-Петербурга (Ленинграда) в период с 1910 по 1960 год. По горизонтали указываются годы, по вертикали — количество жителей города в данном году.



16. Определите по рисунку, каким было число жителей Санкт-Петербурга в 1930 году.

17. Определите по рисунку, каким было число жителей Санкт-Петербурга в 1955 году.

18. Определите по рисунку, каким было число жителей Санкт-Петербурга в 1916 году.

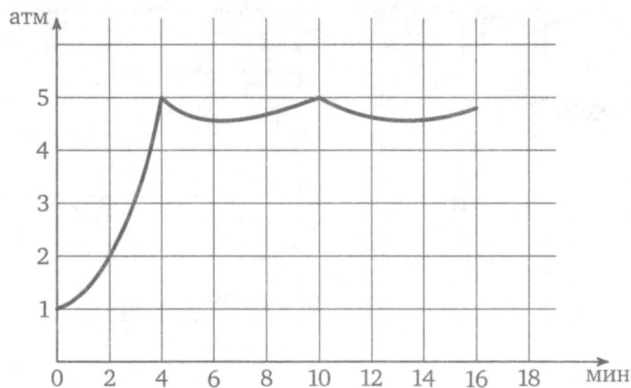
19. Определите по рисунку, в каком году число жителей Санкт-Петербурга было наименьшим за указанный период.

### Диагностическая работа

20. Определите по рисунку, во сколько раз уменьшилось население Санкт-Петербурга с 1939 по 1944 год.

21. Определите по рисунку, каким было наименьшее число жителей Санкт-Петербурга в период с 1910 по 1940 год.

На графике показано изменение давления в паровой турбине после запуска. На оси абсцисс откладывается время в минутах, на оси ординат — давление в атмосферах. Когда давление достигает определенного значения, открывается клапан, выпускающий часть пара, и давление падает. Затем клапан закрывается, и давление снова растет.



22. Определите по графику давление в турбине в момент ее запуска. Ответ дайте в атмосферах.

23. Определите по графику, при каком давлении открывается клапан. Ответ дайте в атмосферах.

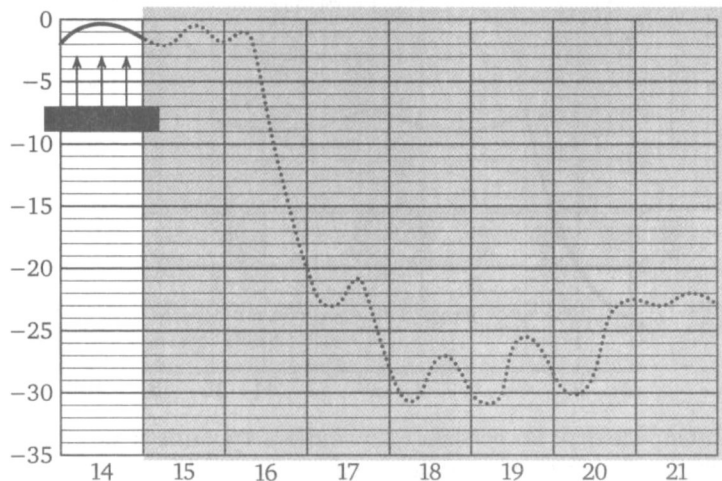
24. Определите по графику, сколько минут прошло между моментами, когда клапан открылся первый и второй раз.

## Резкое похолодание. Решения задач 1—5 диагностической работы

На рисунке изображено изменение температуры воздуха в Москве с 14 по 21 января 2006 года. Это 8 дней (сосчитайте их на графике). Во все эти дни температура была отрицательной. На вертикальной оси подписаны значения температуры с интервалом 5 градусов. Между подписанными значениями, например,  $-10$  и  $-15$  градусов, проведены еще четыре тонкие линии, которым соответствуют неподписанные значения  $-11$ ,  $-12$ ,  $-13$  и  $-14$  градусов.

1. Определите по рисунку, какой была наименьшая температура 14 января (в градусах Цельсия).

**Решение.** Первым делом нам нужно выделить на рисунке только то, что относится к 14 января:



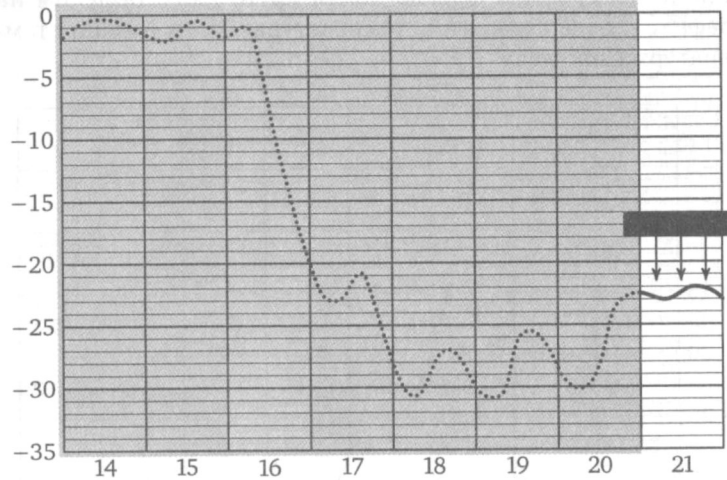
Темным фоном показана часть графика, которую можно временно закрыть листом бумаги — она не нужна для решения задачи 1.

Для того чтобы найти наименьшую температуру за эти сутки, положим горизонтально полоску бумаги или линейку и будем двигать ее снизу вверх, пока она не коснется графика. Это произойдет на тонкой линии, которая соответствует температуре  $-2^{\circ}\text{C}$ . Таким образом, наименьшая температура была достигнута в самом начале суток и была на 2 градуса ниже нуля.

*Ответ:*  $-2$ .

2. Определите по рисунку, какой была наибольшая температура 21 января (в градусах Цельсия).

**Решение.** Как и в прошлый раз, выделяем только тот день, который нас интересует:



Поскольку мы ищем наибольшее значение, будем двигать полосу сверху вниз, пока она не коснется графика. Теперь нужно разобраться, какое значение имела температура в этот момент. Видно, что она была на 2 градуса ниже, чем  $-20^{\circ}\text{C}$ .

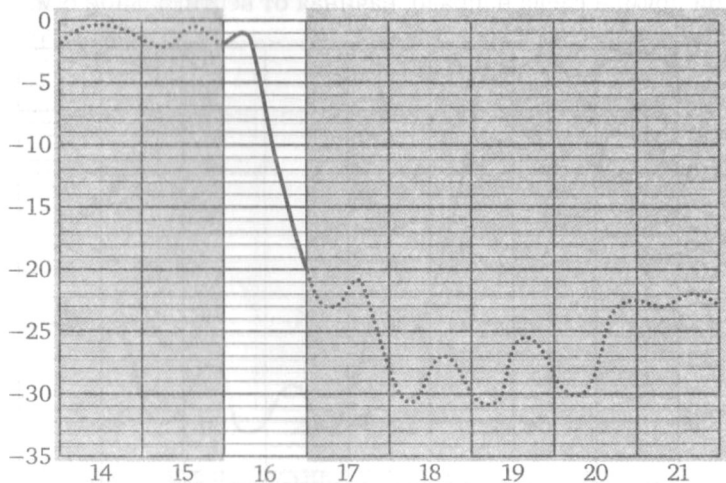
*Ответ:*  $-22$ .





4. Пользуясь рисунком, найдите разность между наибольшей и наименьшей температурой за те сутки, когда произошло резкое похолодание.

**Решение.** Снова выделяем только один день на графике.



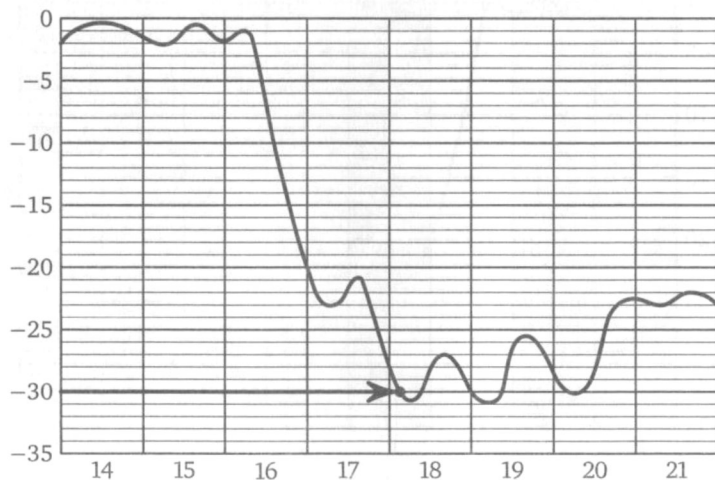
Наибольшая температура в этот день равна  $-1^{\circ}\text{C}$ , наименьшая достигается в конце суток и равна  $-20^{\circ}\text{C}$ . Не ошибитесь при вычитании отрицательных чисел:  $(-1) - (-20) = 19^{\circ}\text{C}$ .

Разность наибольшего и наименьшего значения — всегда положительное число, которое легко определить по графику: оно равно расстоянию между прямыми, «зажимающими» график сверху и снизу.

*Ответ:* 19.

5. Определите по рисунку, какого числа температура впервые опустилась ниже  $-30^{\circ}\text{C}$ .

**Решение.** Найдем точку  $-30$  на вертикальной оси и проведем через нее горизонтальную прямую. Будем двигаться по этой прямой слева направо, начиная от вертикальной оси.

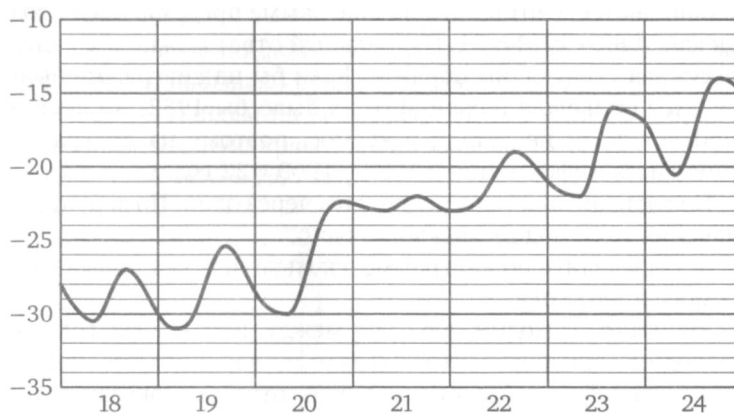


Отметим точку, в которой прямая впервые пересекает график. Эта точка относится к 18 января.

*Ответ:* 18.

## Тренировочная работа 1

На рисунке примерно показано изменение температуры воздуха в Москве с 18 по 24 января 2006 года. По горизонтали указываются числа января, по вертикали — температура в градусах Цельсия.



**T1.1.** Определите по рисунку, какова была наименьшая температура воздуха за указанный период (в градусах Цельсия).

**T1.2.** Определите по рисунку, какова была наибольшая температура воздуха 22 января (в градусах Цельсия).

**T1.3.** Определите по рисунку, какова была наименьшая температура воздуха 23 января (в градусах Цельсия).

**T1.4.** Найдите разность между наибольшей и наименьшей температурой 21 января (в градусах Цельсия).

**T1.5.** Найдите разность между наибольшей и наименьшей температурой за указанный период (в градусах Цельсия).



Решения задач 6—10 диагностической работы

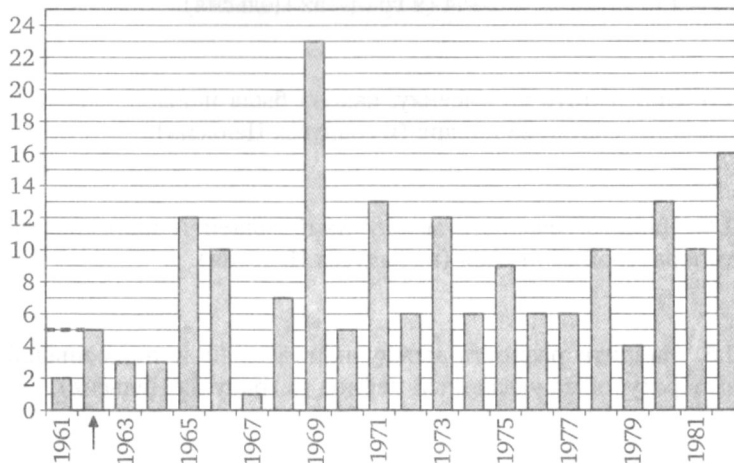
На диаграмме показано количество людей, побывавших в космосе в течение каждого года с 1961 по 1982 год, то есть представлена информация за 22 года. Иногда школьники ошибаются, считая, что на диаграмме представлен 21 год, так как  $1982 - 1961 = 21$ . Правильный ответ можно получить, рассуждая следующим образом. Если бы на диаграмме были все годы от начала нашей эры, их было бы 1982; но первые 1960 лет люди не летали в космос, поэтому на диаграмме приводится информация о  $1982 - 1960 = 22$  годах.

По горизонтали годы подписаны через один. По вертикали значения тоже подписаны через одно.

6. Определите по диаграмме, сколько человек побывало в космосе в 1962 году.

**Решение.** Находим 1962 год между 1961 и 1963 годами. Проводим горизонтальный отрезок от вершины столбика к вертикальной оси (на рисунке этот отрезок показан пунктиром). Отрезок пересекает ось посередине между числами 4 и 6.

Количество космонавтов в 1962 году и в самом деле равно 5. Это два советских космонавта (А. Г. Николаев и П. Р. Попович) и три американских астронавта (J. H. Glenn, M. S. Carpenter, W. M. Schirra).



Ответ: 5.

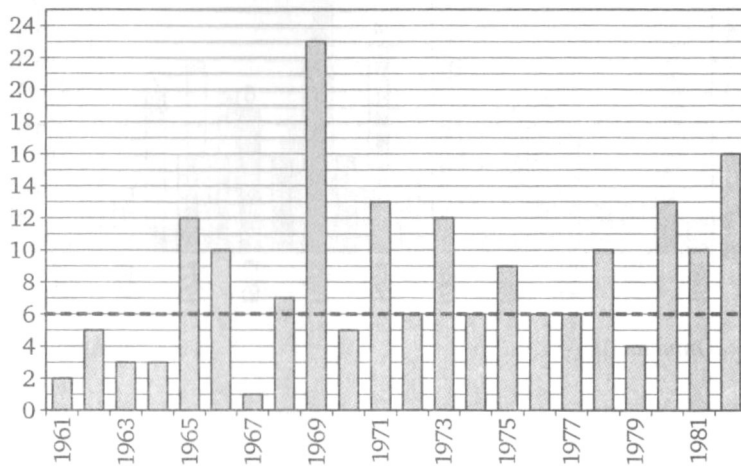
7. Определите по диаграмме, в каком году в космосе побывало наибольшее число людей.

**Решение.** Наибольшее количество людей выражается самым высоким столбиком. Легко видеть, что он соответствует 1969 году.

*Ответ:* 1969.

8. Определите по диаграмме, сколько было таких лет, когда в космосе побывало ровно 6 человек.

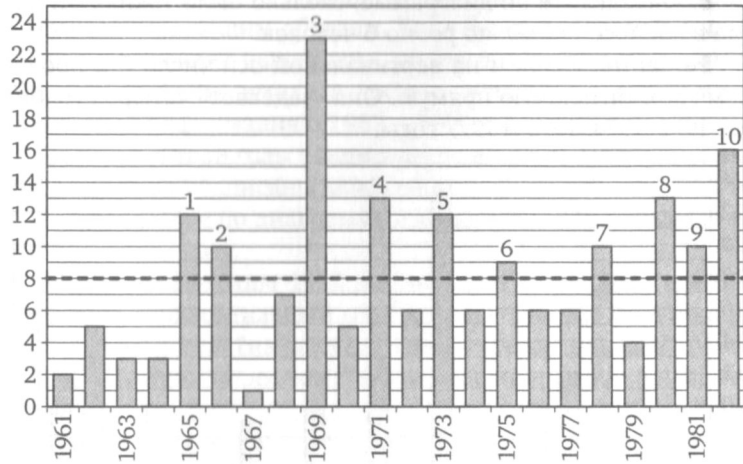
**Решение.** Найдем на вертикальной оси число 6 и проведем горизонтальную прямую. Она «задевает» четыре столбика: 1972, 1974, 1976 и 1977 годы.



*Ответ:* 4.

9. Определите по диаграмме, сколько было таких лет, когда в космос побывало более 8 человек.

**Решение.** Проведем линию на уровне 8 человек. Нам нужно сосчитать все столбики, которые выше этой линии. Прономеруем все такие столбики — напомним над каждым из них его номер.

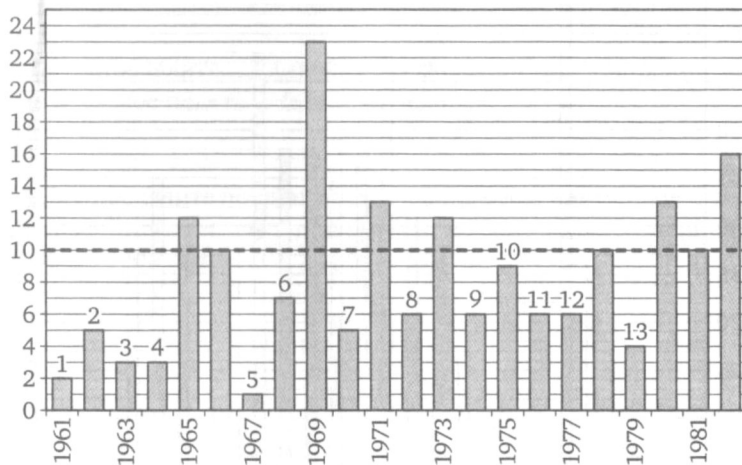


Ответ: 10.

10. Определите по диаграмме, сколько было таких лет, когда в космос побывало меньше 10 человек.

**Решение.** Прежде всего заметим, что если в каком-то году в космос полетели ровно 10 человек, этот год считать не нужно.

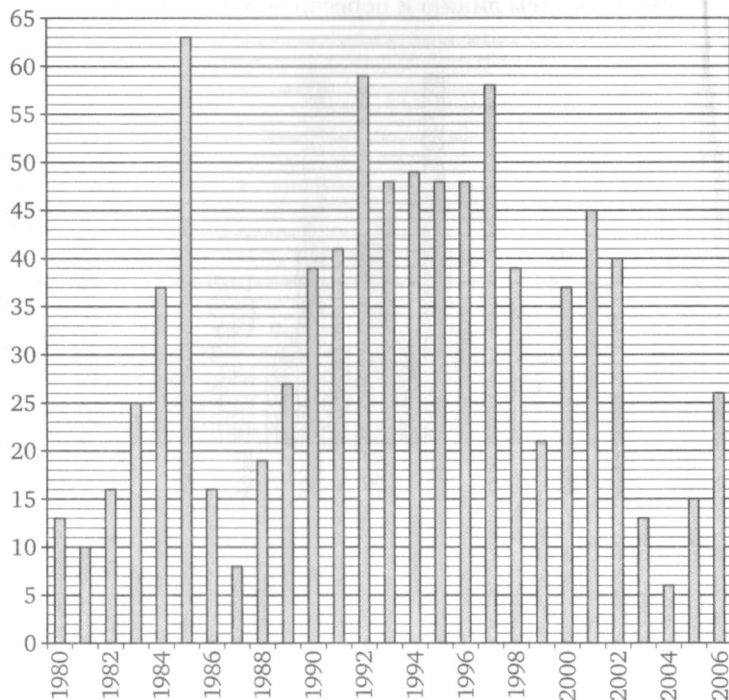
Снова проведем линию и пересчитаем столбики:



Ответ: 13.

## Тренировочная работа 2

На диаграмме показано количество людей, полетевших в космос в течение каждого года с 1980 по 2006 год. По горизонтали указываются годы, по вертикали — количество людей, полетевших в космос в данном году.



**T2.1.** Определите по диаграмме, сколько человек полетело в космос в 1983 году.

**T2.2.** Определите по диаграмме, в каком году в космос полетело наибольшее число людей.

**T2.3.** Определите по диаграмме, в каком году в космос полетело наименьшее число людей.

*Тренировочная работа 2*

**T2.4.** Определите по диаграмме, в каком году в космос полетело ровно 40 человек.

**T2.5.** Определите по диаграмме, сколько было таких лет, когда в космос полетело меньше 20 человек.

**T2.6.** Определите по диаграмме, сколько было таких лет, когда в космос полетело более 40 человек.

**T2.7.** Определите по диаграмме, каким было наименьшее число людей, полетевших в космос в течение года, за период с 1990 по 2000 год.

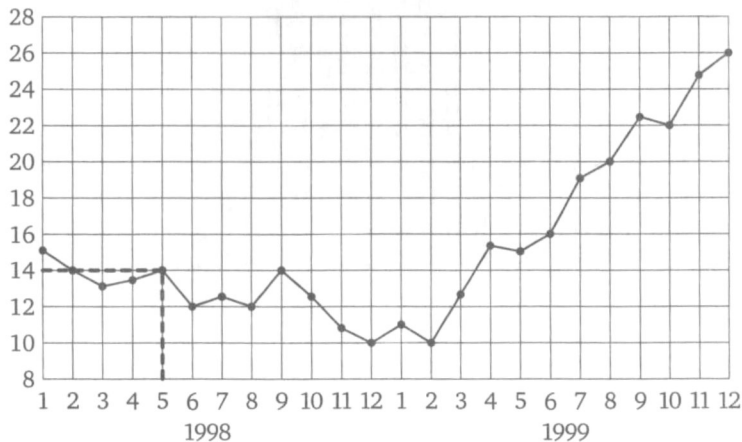
## Кризис 1998 года.

### Решения задач 11—15 диагностической работы

На рисунке жирными точками показана среднемесячная цена нефти во все месяцы 1998 и 1999 года. Термин «среднемесячная цена» зачастую приводит к ошибкам в работах школьников. Ученики знают, что для нахождения среднего обычно требуется сложить несколько чисел и поделить сумму на число слагаемых. Однако в данном случае для решения задачи не требуется складывать и делить. Мы вынуждены говорить о среднем значении за месяц, так как биржевые цены все время колеблются, и нет возможности сравнить «цены в мае» и «цены в сентябре».

**11.** Определите по рисунку, какой была среднемесячная цена нефти в мае 1998 года (в долларах за баррель).

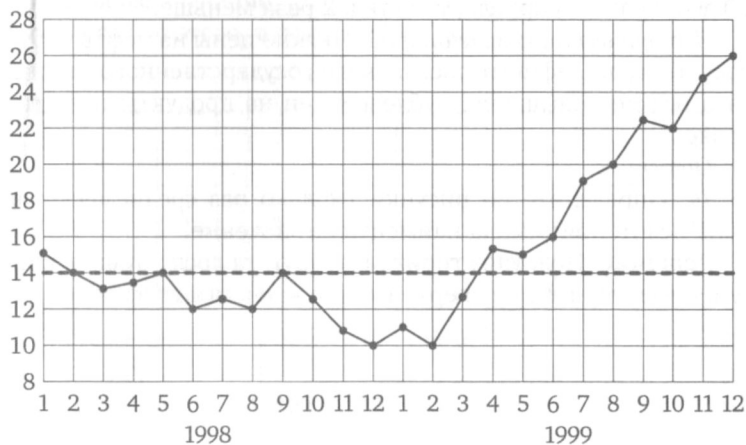
**Решение.** На рисунке месяцы пронумерованы по порядку: 1 — январь, 2 — февраль, 3 — март, 4 — апрель, 5 — май и так далее. Находим пятый месяц, май:



Ответ: 14.

12. Определите по рисунку, сколько раз за указанный период среднемесячная цена нефти равнялась в точности 14 долларам за баррель.

**Решение.** Проведем горизонтальную линию на уровне 14 долларов за баррель:



На эту прямую попали 3 жирные точки: февраль, май и сентябрь 1998 года. Март и апрель 1999 года оказались по разные стороны от нашей линии, но значение 14 принято не было.

**Ответ:** 3.



13. Определите по рисунку, во сколько раз среднемесячная цена нефти в августе 1999 года превосходила среднемесячную цену нефти в декабре 1998 года.

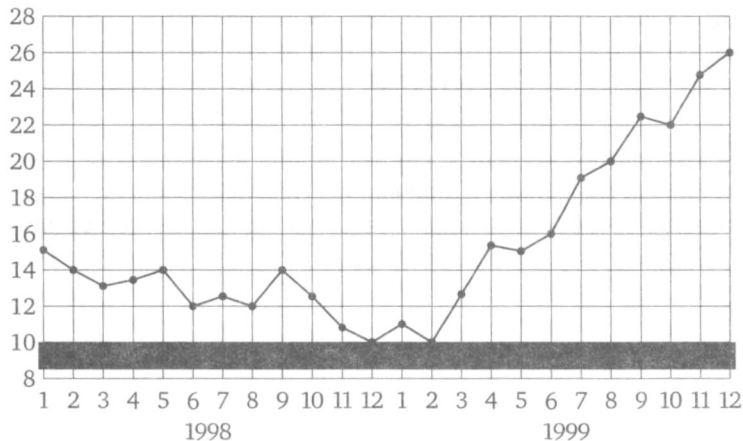
**Решение.** Среднемесячная цена в августе 1999 года равнялась 20 долларам за баррель, а в декабре 1998 года равнялась 10 долларам за баррель, то есть в 2 раза меньше.

*Исторический комментарий.* Низкие цены на нефть в 1998 году вызвали дефицит российского государственного бюджета и резкое повышение рублевых цен на продукты и другие товары.

*Ответ:* 2.

14. Определите по рисунку, сколько раз среднемесячная цена нефти принимала наименьшее значение.

**Решение.** Положим горизонтальную полосу бумаги вниз и будем двигать ее вверх, пока не коснемся графика:

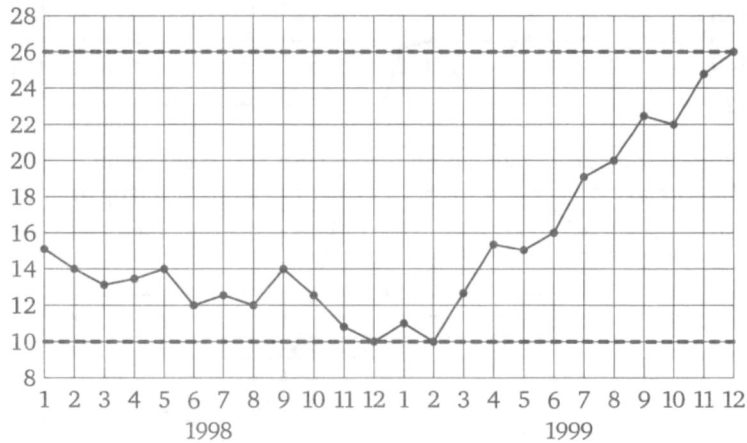


Это произойдет сразу в двух точках.

*Ответ:* 2.

15. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей среднемесячной ценой нефти в указанный период (в долларах за баррель).

**Решение.** Наибольшее значение цена приняла в конце 1999 года — в декабре нефть стоила 26 долларов за баррель. Наименьшее значение, 10 долларов за баррель, цена приняла за год до этого, в декабре 1998 года.

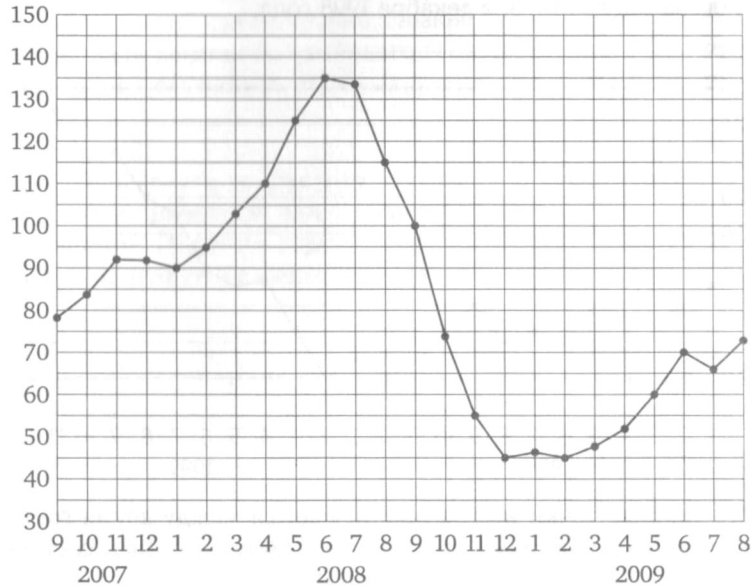


Все жирные точки на графике находятся между двумя горизонтальными линиями, расстояние между которыми составляет  $26 - 10 = 16$  долларов за баррель.

**Ответ:** 16.

### Тренировочная работа 3

На рисунке жирными точками показана среднемесячная цена нефти с сентября 2007 по август 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



**ТЗ.1.** Определите по рисунку, какой была среднемесячная цена нефти в мае 2009 года (в долларах за баррель).

**ТЗ.2.** Определите по рисунку, какой была среднемесячная цена нефти в августе 2008 года (в долларах за баррель).

**ТЗ.3.** Определите по рисунку, сколько было таких месяцев, когда среднемесячная цена нефти была больше 100 долларов за баррель.

**ТЗ.4.** Определите по рисунку, сколько было таких месяцев, когда среднемесячная цена нефти была меньше 80 долларов за баррель.

### *Тренировочная работа 3*

**ТЗ.5.** Определите по рисунку, во сколько раз наибольшая среднемесячная цена нефти за указанный период превосходила ее наименьшую среднемесячную цену.

**ТЗ.6.** Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей среднемесячной ценой нефти в указанный период (в долларах за баррель).

**ТЗ.7.** Определите по рисунку наименьшую среднемесячную цену нефти в период с ноября 2007 по сентябрь 2008 года (в долларах за баррель).

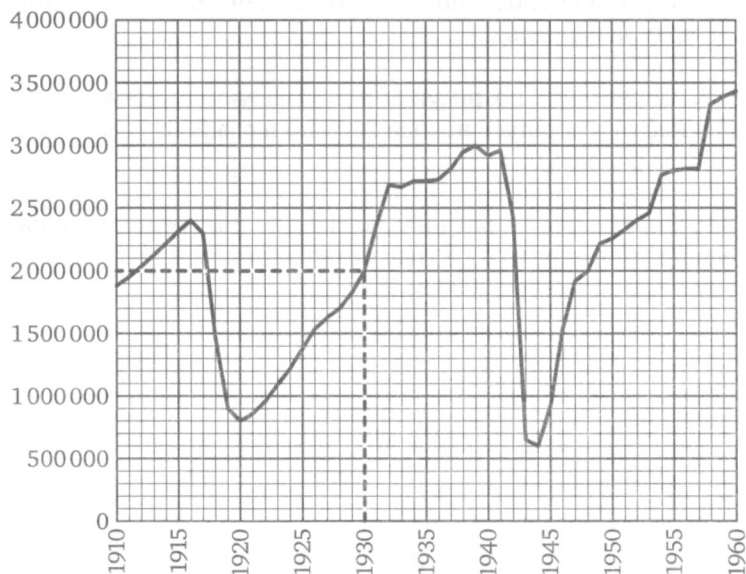
**ТЗ.8.** Определите по рисунку наибольшую среднемесячную цену нефти в период с ноября 2008 по июль 2009 года (в долларах за баррель).

**ТЗ.9.** Определите по рисунку, во сколько раз среднемесячная цена нефти в апреле 2008 года превосходила среднемесячную цену нефти в ноябре 2008 года.

## Население Санкт-Петербурга. Решения задач 16—21 диагностической работы

В 2003 году Санкт-Петербург отмечал свое 300-летие. Власти города выпустили «Юбилейный статистический сборник»<sup>1</sup>, в котором приводятся данные о населении города за всю его историю. Эти данные были использованы нами для построения графика.

16. Определите по рисунку, каким было число жителей Санкт-Петербурга в 1930 году.



**Решение.** Чтобы определить количество жителей города в данном году, находим на горизонтальной оси число 1930 и проводим вертикальную линию до пересечения с графиком. Точку пересечения проецируем на вертикальную ось.

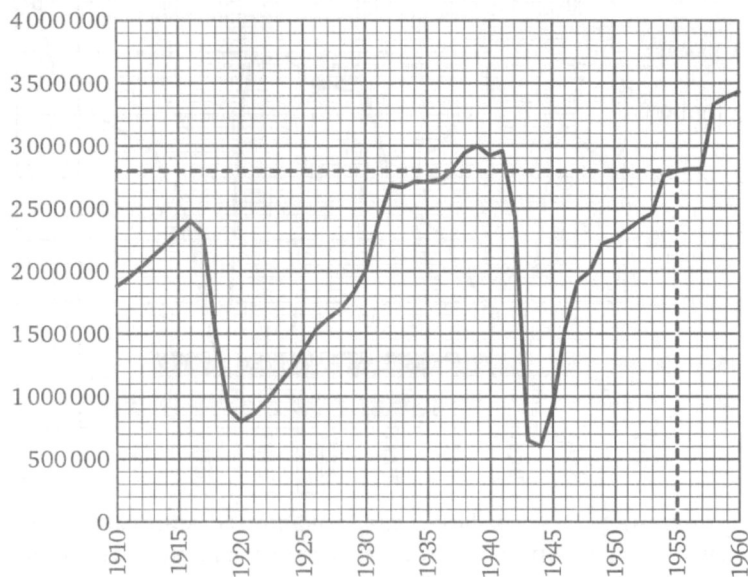
Будьте внимательны при выписывании ответа, не ошибитесь в числе нулей. При проверке ответа полезно разделить запись числа на классы (единицы, тысячи, миллионы).

*Ответ:* 2 000 000.

<sup>1</sup> Санкт-Петербург. 1703—2003: Юбилейный статистический сборник / Под ред. И. И. Елисеевой и Е. И. Грибовой. — Вып. 2. — СПб: Судостроение, 2003. С. 16—17.

17. Определите по рисунку, каким было число жителей Санкт-Петербурга в 1955 году.

**Решение.** Находим 1955 год, проводим вертикальную черту до пересечения с графиком и проецируем эту точку на вертикальную ось:



Проекция на два деления ниже, чем 3 миллиона. Интервал между подписанными значениями — 500 000 человек. Тонкие линии делят этот интервал на 5 равных частей. Значит, цена маленького деления — 100 000 человек. Два деления дают 200 000 человек.

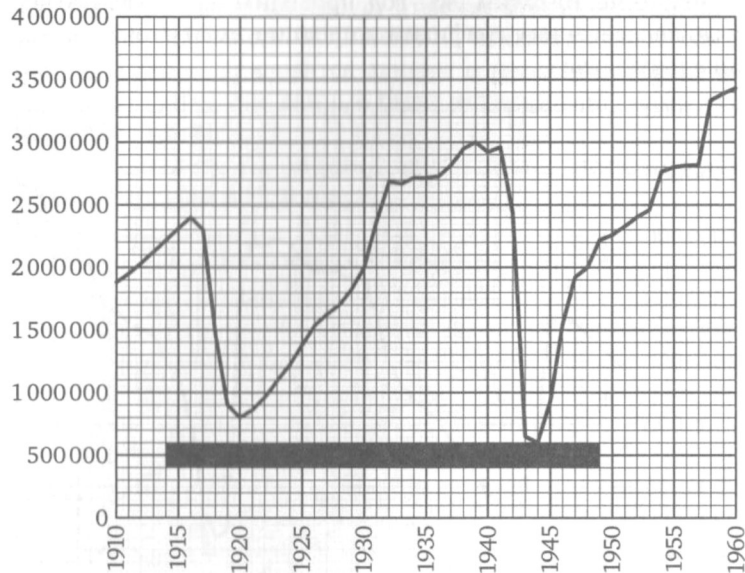
Таким образом, в 1955 году в Санкт-Петербурге жили 2 миллиона 800 тысяч человек.

*Ответ:* 2 800 000.

18. Определите по рисунку, каким было число жителей Санкт-Петербурга в 1916 году.

*Ответ:* 2 400 000.

19. Определите по рисунку, в каком году число жителей Санкт-Петербурга было наименьшим.



**Решение.** На графике два локальных минимума, две «ямы»: одна из них соответствует резкому падению населения в течение Гражданской войны, а вторая — блокаде Ленинграда во время Великой отечественной войны. На рисунке видно, что вторая «яма» является более «глубокой», чем первая. То есть количество жителей было наименьшим в 1944 году.

*Ответ:* 1944.

20. Определите по рисунку, во сколько раз уменьшилось население Санкт-Петербурга с 1939 по 1944 год.

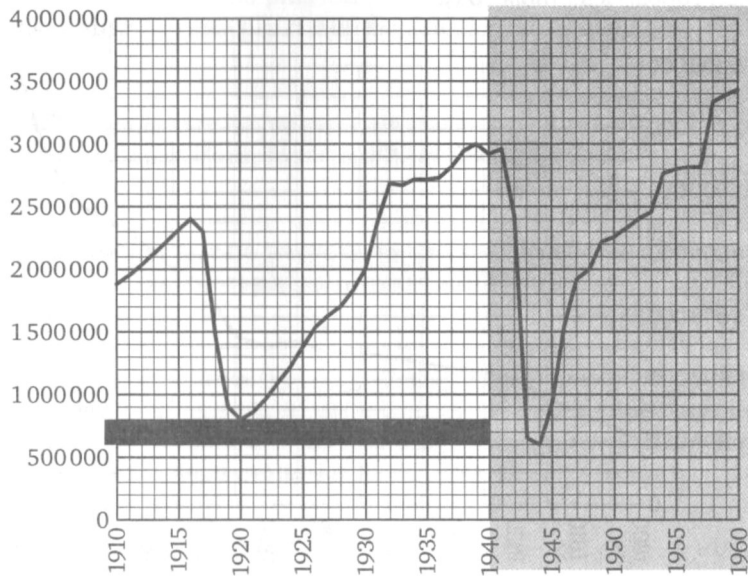
**Решение.** В 1939 году население Санкт-Петербурга составляло 3 миллиона человек, а в 1944 году — только 600 тысяч.

*Ответ:* 5.

*Исторический комментарий.* Получается, что результате блокады население уменьшилось в пять раз! Конечно, не все эти люди погибли — части из них удалось уехать из города. На графике видно, что население с 1944 по 1947 год растет очень быстро (линия идет круто вверх). Естественный прирост населения дополнялся возвращением людей из эвакуации.

21. Определите по рисунку, каким было наименьшее число жителей Санкт-Петербурга в период с 1910 по 1940 год.

**Решение.** Здесь речь идет о первой «яме» на графике. Выделим указанный в условии промежуток:



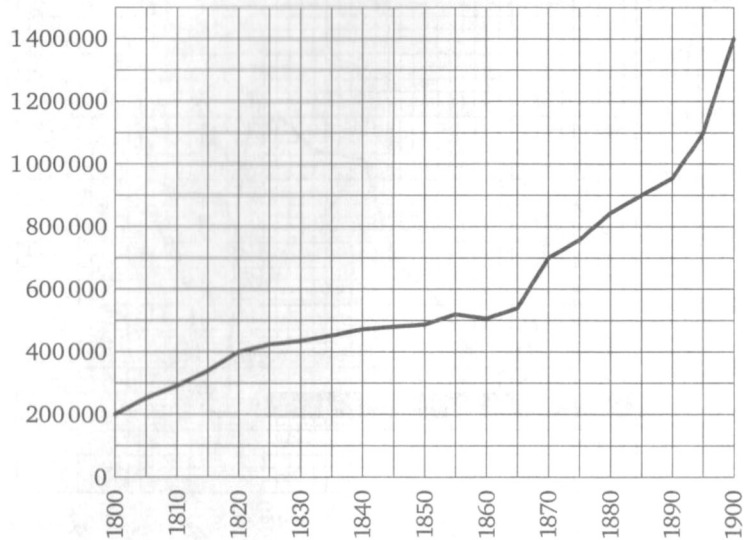
Минимальное значение на этом временном промежутке на два деления ниже миллиона, то есть 800 тысяч человек.

*Ответ:* 800 000.



## Тренировочная работа 4

На рисунке примерно показано изменение числа жителей города Санкт-Петербурга в период с 1800 по 1900 год. По горизонтали указываются годы, по вертикали — количество жителей города в данном году.



**T4.1.** Определите по рисунку, каким было число жителей Санкт-Петербурга в 1870 году.

**T4.2.** Определите по рисунку, каким было число жителей Санкт-Петербурга в 1885 году.

**T4.3.** Определите по рисунку, к какому году население выросло на 200 тысяч по сравнению с 1885 годом.

**T4.4.** Определите по рисунку, каким было наименьшее число жителей Санкт-Петербурга в период с 1855 по 1885 год.

*Тренировочная работа 4*

**T4.5.** Определите по рисунку, во сколько раз выросло население Санкт-Петербурга с 1800 по 1900 год.

**T4.6.** Определите по рисунку, во сколько раз выросло население Санкт-Петербурга с 1800 по 1820 год.

**T4.7.** Определите по рисунку, на сколько человек выросло население Санкт-Петербурга с 1820 по 1860 год.

**T4.8.** Определите по рисунку, на сколько человек выросло население Санкт-Петербурга с 1860 по 1870 год.

*Исторический комментарий.* В 1861 году произошла отмена крепостного права и многие крестьяне стали переезжать в города. На графике видно, что после этого момента население Санкт-Петербурга стало расти быстрее.

## Паровая турбина. Решения задач 22—24 диагностической работы

На графике показано изменение давления в паровой турбине после запуска. На оси абсцисс (то есть на горизонтальной оси) откладывается время в минутах, на оси ординат (на вертикальной оси) — давление в атмосферах.

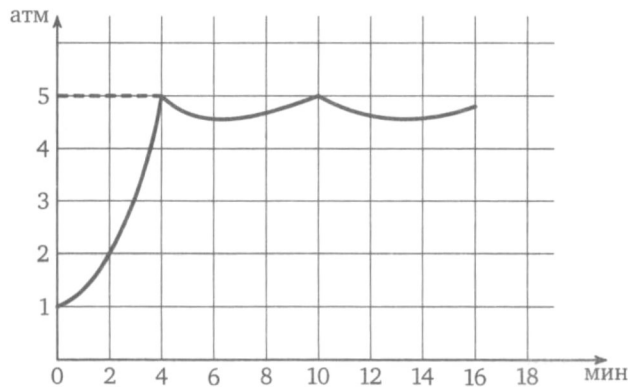
**22.** Определите по графику давление в турбине в момент ее запуска. Ответ дайте в атмосферах.

**Решение.** Значение давления в точке 0 равно 1 атмосфере — до начала работы давление в турбине не отличалось от атмосферного давления.

*Ответ:* 1.

**23.** Определите по графику, при каком давлении открывается клапан. Ответ дайте в атмосферах.

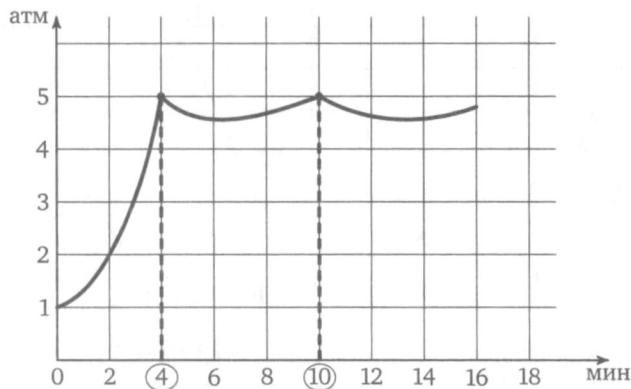
**Решение.** Представим себе, что происходило с турбиной. Сначала давление росло (и график поднимался вверх), затем клапан открылся и давление начало падать (график резко пошел вниз). При каком давлении это произошло? Спроецируем первую точку «излома» графика на вертикальную ось и увидим, что это произошло при давлении 5 атмосфер:



*Ответ:* 5.

24. Определите по графику, сколько минут прошло между моментами, когда клапан открылся первый и второй раз.

**Решение.** Первый раз клапан открылся через 4 минуты после запуска. Давление стало падать, пар уже не так сильно давил на клапан, и он потихоньку закрылся. Давление снова стало расти и через 10 минут после запуска вновь достигло критического давления 5 атмосфер. Клапан открылся во второй раз. Отметим эти моменты на графике:

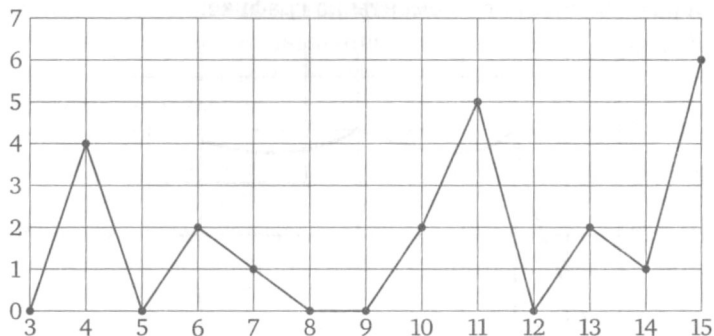


Между моментами, когда открывался клапан, прошло  $10 - 4 = 6$  минут.

Ответ: 6.

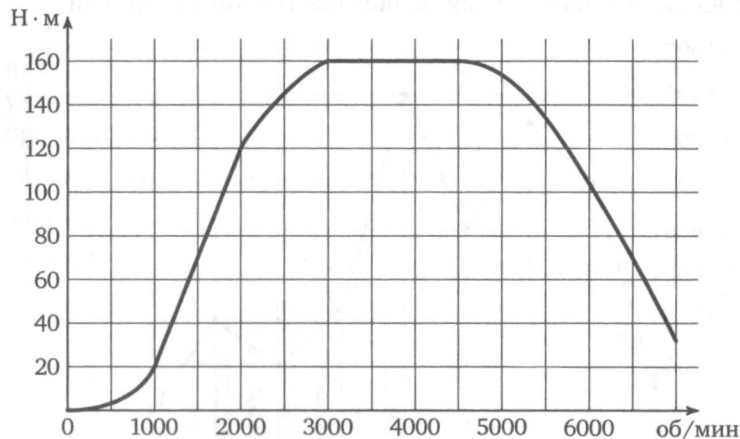
## Диагностическая работа (итоговая)

На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.



1. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода не выпадало осадков.
2. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало менее 3 миллиметров осадков.
3. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало более 3 миллиметров осадков.
4. Определите по рисунку, какого числа впервые за данный период выпало 5 миллиметров осадков.
5. Определите по рисунку, какого числа выпало наибольшее количество осадков.
6. Определите по рисунку, какое наибольшее количество осадков выпало за данный период. Ответ дайте в миллиметрах.

На графике изображена зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, по оси ординат — крутящий момент в Н·м.



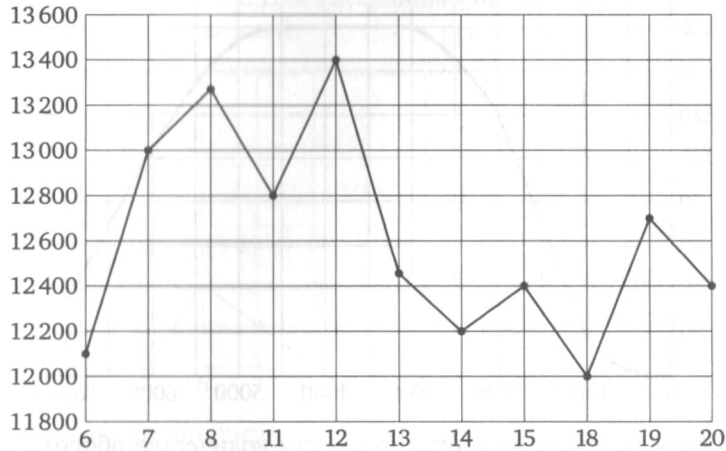
7. Определите по графику, при каком количестве оборотов в минуту крутящий момент становится равен 20 Н·м.

8. Определите по графику, чему равен максимальный крутящий момент двигателя (в Н·м).

9. Чтобы преодолеть глубокий снег, водителю требуется максимальный крутящий момент двигателя. Какое наименьшее число оборотов в минуту должен поддерживать водитель этой машины?

Диагностическая работа (итоговая)

На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией.

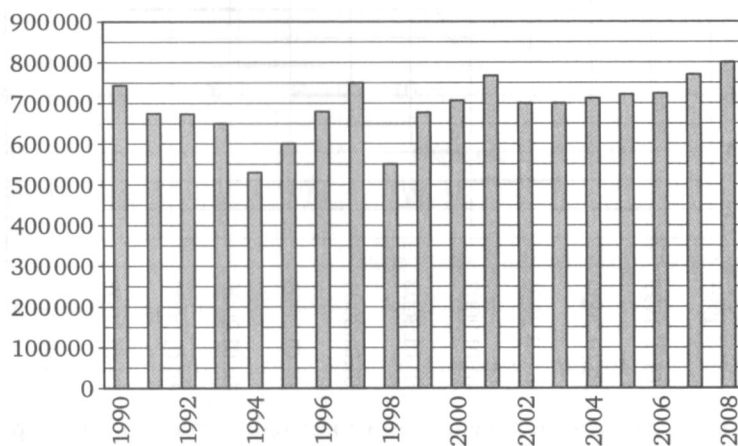


10. Определите по рисунку, какого числа цена никеля на момент закрытия торгов была наименьшей за данный период.
11. Определите по рисунку, какой была наименьшая цена никеля на момент закрытия торгов за данный период (в долларах США за тонну).
12. Определите по рисунку, какого числа цена никеля на момент закрытия торгов была наибольшей за данный период.
13. Определите по рисунку, какой была наибольшая цена никеля на момент закрытия торгов за данный период (в долларах США за тонну).
14. Пользуясь рисунком, найдите разность между наибольшей и наименьшей ценой никеля на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).

### Диагностическая работа (итоговая)

15. Определите по рисунку, какой была наименьшая цена никеля на момент закрытия торгов в период с 7 по 15 мая (в долларах США за тонну).

На диаграмме показано, сколько автомобилей ВАЗ было произведено за каждый год с 1990 по 2008. По горизонтали указываются годы, по вертикали — количество автомобилей, произведенных за год.



16. Определите по диаграмме, в каком году было произведено наименьшее количество автомобилей.

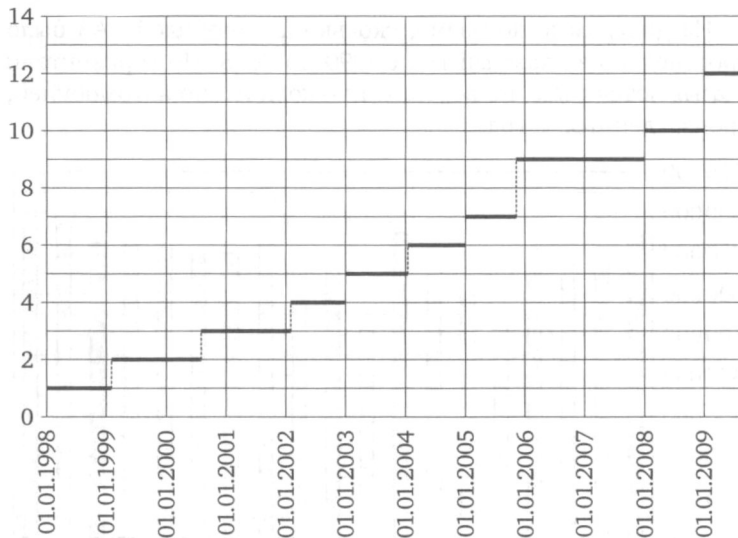
17. Определите по диаграмме, какое наибольшее количество автомобилей в год было произведено за этот период.

18. Определите по диаграмме, какое наибольшее количество автомобилей в год было произведено в период с 1990 по 2000 год.

19. Определите по диаграмме, сколько автомобилей было произведено в 1998 году.



На рисунке показано изменение стоимости билета на одну поездку в Самарском метрополитене в период с 1 января 1998 по 1 августа 2009 года. По горизонтали указаны даты, по вертикали — стоимость поездки в рублях.



20. Определите по рисунку стоимость одной поездки в Самарском метрополитене в середине 2003 года.

21. Определите по рисунку, во сколько раз увеличилась стоимость поездки на метро в Самаре с середины 2001 до середины 2009 года.

22. Определите по рисунку, во сколько раз увеличилась стоимость поездки на метро в Самаре с середины 1998 до середины 2007 года.

23. Определите по рисунку, на сколько рублей повысилась стоимость поездки в Самарском метрополитене в конце 2005 года.

## Ответы

### Вводная работа

1. 750 000. 2. 4 500 000. 3. 9. 4. 500 000.

### Диагностическая работа

#### Резкое похолодание

1. -2. 2. -22. 3. 16. 4. 19. 5. 18

#### Космонавты

6. 5. 7. 1969. 8. 4. 9. 10. 10. 13.

#### Кризис 1998 года

11. 14. 12. 3. 13. 2. 14. 2. 15. 16.

#### Население Санкт-Петербурга

16. 2 000 000. 17. 2 800 000. 18. 2 400 000. 19. 1944. 20. 5. 21. 800 000.

#### Паровая турбина

22. 1. 23. 5. 24. 6.

### Тренировочная работа 1 (Т1)

1. -31. 2. -19. 3. -22. 4. 1. 5. 17.

### Тренировочная работа 2 (Т2)

1. 25. 2. 1985. 3. 2004. 4. 2002. 5. 9. 6. 9. 7. 21.

### Тренировочная работа 3 (Т3)

1. 60. 2. 115. 3. 6. 4. 12. 5. 3. 6. 90. 7. 90. 8. 70. 9. 2.

### Тренировочная работа 4 (Т4)

1. 700 000. 2. 900 000. 3. 1895. 4. 500 000. 5. 7. 6. 2. 7. 100 000. 8. 200 000.

Диагностическая работа (итоговая)

1. 5. 2. 10. 3. 3. 4. 11. 5. 15. 6. 6.  
7. 1000. 8. 160. 9. 3000.  
10. 18. 11. 12000. 12. 12. 13. 13400. 14. 1400. 15. 12200.  
16. 1994 17. 800000. 18. 750000. 19. 550000.  
20. 5. 21. 4. 22. 9. 23. 2.

## Содержание

|  |    |
|--|----|
| От редакторов серии . . . . .  | 3  |
| Введение . . . . .   | 4  |
| Вводная работа . . . . .   | 6  |
| Диагностическая работа . . . . .   | 9  |
| Резкое похолодание. Решения задач 1—5 диагностической работы . . . . .           | 14 |
| Тренировочная работа 1 . . . . .   | 19 |
| Космонавты. Решения задач 6—10 диагностической работы . . . . .                  | 20 |
| Тренировочная работа 2 . . . . .   | 24 |
| Кризис 1998 года. Решения задач 11—15 диагностической работы . . . . .           | 26 |
| Тренировочная работа 3 . . . . .   | 30 |
| Население Санкт-Петербурга. Решения задач 16—21 диагностической работы . . . . . | 32 |
| Тренировочная работа 4 . . . . .   | 36 |
| Паровая турбина. Решения задач 22—24 диагностической работы . . . . .            | 38 |
| Диагностическая работа (итоговая) . . . . .                                      | 40 |
| Ответы . . . . .   | 45 |

Мария Алексеевна Посицельская, Семен Ефимович Посицельский

МАТЕМАТИКА. ЗАДАЧА В2. РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

Под редакцией А. Л. Семенова и И. В. Ященко

Подписано в печать 15.12.2009 г. Формат  $70 \times 90 \frac{1}{16}$ . Бумага офсетная.  
Печать офсетная. Печ. л. 3. Тираж 10 000 экз. Заказ № 20651.

Издательство Московского центра  
непрерывного математического образования.  
119002, Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241-74-83

Отпечатано по StP-технологии в ОАО «Печатный двор» им. А. М. Горького.  
197110, Санкт-Петербург, Чкаловский проспект, 15.

---

Книги издательства МЦНМО можно приобрести в магазине «Математическая книга»,  
Большой Власьевский пер., д. 11. Тел. (499) 241-72-85. E-mail: [biblio@mccme.ru](mailto:biblio@mccme.ru)

---